

Тема. Показательные уравнения

$a^x = b$ – простейшее показательное уравнение, где a и b – известные постоянные величины, а x – неизвестная величина.

1. Решите уравнение.

а) $4^x = \frac{1}{16}$

б) $7^x = \frac{1}{343}$

Представим $\frac{1}{343} = 7^{-3}$

$$7^x = 7^{-3}$$

Так как основания степеней (7) равны, то и показатели степеней тоже равны.

$$x = -3$$

Ответ: -3

в) $\left(\frac{1}{36}\right)^x = 36$

г) $0,2^x = 0,00032$

2. Решите уравнение.

а) $0,3^x = \frac{1000}{27}$

Представим $\frac{1000}{27} = \left(\frac{10}{3}\right)^3 = \left(\frac{3}{10}\right)^{-3} = 0,3^{-3}$

$$0,3^x = 0,3^{-3}$$

Так как основания степеней (0,3) равны, то и показатели степеней тоже равны.

$$x = -3$$

Ответ: -3

б) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$

в) $0,7^x = \frac{1000}{343}$

г) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$

$$0,3^x = \frac{1000}{27}$$

$$0,3^x = \left(\frac{10}{3}\right)^3$$

$$0,3^x = \left(\frac{3}{10}\right)^{-3}$$

$$0,3^x = 0,3^{-3}$$

$$x = -3$$

Ответ: -3

3. Решите уравнение.

а) $2^{x+1} = 4$

б) $5^{3x-1} = 0,2$

в) $0,4^{4-5x} = 0,16\sqrt{0,4}$

$$0,16 = 0,4^2 \text{ а } \sqrt{0,4} = 0,4^{\frac{1}{2}} = 0,4^{0,5}$$

$$0,4^{4-5x} = 0,4^2 * 0,4^{0,5}$$

$$0,4^{4-5x} = 0,4^{2+0,5}$$

$$4 - 5x = 2 + 0,5$$

$$-5x = 2 + 0,5 - 4$$

$$-5x = -1,5$$

$$x = -1,5 : (-5)$$

$$x = 0,3$$

Ответ: 0,3

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}$

4. Решите уравнение.

а) $3^{x^2-4,5} * \sqrt{3} = \frac{1}{27}$

б) $0,5^{x^2-5,5} * \sqrt{0,5} = 32$

$$\sqrt{0,5} = 0,5^{\frac{1}{2}} = 0,5^{0,5}$$

$$32 = 2^5$$

$$0,5^{x^2-5,5} * 0,5^{0,5} = 2^5$$

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$(2^{-1})^{x^2-5,5} * (2^{-1})^{0,5} = 2^5$$

$$(2)^{-x^2+5,5} * (2)^{-0,5} = 2^5$$

$$(2)^{-x^2+5,5-0,5} = 2^5$$

$$-x^2 + 5,5 - 0,5 = 5$$

$$-x^2 = 5 - 5,5 + 0,5$$

$$-x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Ответ: 0

$$в) \sqrt{2^{-1}} * 2^{x^2-7,5} = \frac{1}{128}$$

$$г) 0,1^{x^2-0,5} * \sqrt{0,1} = 0,001$$

5. Решите уравнение.

$$а) 2^x * \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{9}$$

$$б) \left(\frac{1}{5}\right)^x * 3^x = \sqrt{\frac{27}{125}}$$

$$\sqrt{\frac{27}{125}} = \sqrt[2]{\left(\frac{3}{5}\right)^3} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{5} * 3\right)^x = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^3}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$x = \frac{3}{2} = 1,5$$

Ответ: 1,5

$$в) 5^x * 2^x = 0,1^{-3}$$

$$г) 0,3^x * 3^x = \sqrt[3]{0,81}$$

6. Решите уравнение.

$$а) 3^x - 3^{x+3} = -78$$

$$б) 5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4,8$$

$$в) 2 * \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} - 7 * \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+8} = 49$$

$$\text{Представим } \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+8} = \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} * \left(\frac{1}{7}\right)^1$$

$$2 * \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} - 7 * \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} * \left(\frac{1}{7}\right)^1 = 49$$

Вынесем $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7}$ за скобку

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} * \left(2 - 7 * \frac{1}{7}\right) = 49$$

В скобках получаем $\left(2 - 7 * \frac{1}{7}\right) = 1$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} = 49$$

$$\left(\frac{1}{7}\right) = 7^{-1}$$

$$49 = 7^2$$

$$(7^{-1})^{3x+7} = 7^2$$

$$(7)^{-3x-7} = 7^2$$

$$-3x - 7 = 2$$

$$-3x = 2 + 7$$

$$-3x = 9$$

$$x = 9 : (-3)$$

$$x = -3$$

Ответ: -3

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{5x} = \frac{4}{9}$